

## ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА РЕЛАТИВЕН И АБСОЛЮТЕН ДЕЛТА НОРМАЛЕН VAR С EXCEL

ГЕОРГИ ГЕОРГИЕВ

ВИСШЕ УЧИЛИЩЕ ПО АГРОБИЗНЕС И РАЗВИТИЕ НА РЕГИОНИТЕ

## CALCULATION OF RELATIVE AND ABSOLUTE DELTA NORMAL VAR BY EXCEL

GEORGI GEORGIEV

UNIVERSITY OF AGRIBUSINESS AND RURAL DEVELOPMENT

### Резюме

В статията е представен в детайли процесът на изчисление на делта нормален VaR чрез използване на вградените функции на Excel и приложението за анализ на данни (Data analysis). Максимално очакваната загуба при пазарен риск е изчислена с реални исторически данни като са използвани акциите на известни американски публични компании, котиран на Нюйоркската фондова борса (NYSE). Илюстрирано е изчисляването на VaR за единичен рисков актив и портфейл от три акции.

**Ключови думи:** *VaR, пазарен риск, инвестиционен портфейл*

### Summary

The article presents in detail the process of calculating the delta normal VaR using the built-in functions of Excel and application of data analysis. Maximum expected loss in market risk is calculated using real historical data - the shares of some U.S. public companies quoted on the New York Stock Exchange (NYSE). The calculation of VaR is illustrated for a single risky asset and a portfolio of three stocks.

**Keywords:** *VaR, market risk, investment portfolio*

Value-at-risk подходът се е утвърди през последното десетилетие като доминиращ метод за измерване и мониторинг на пазарния риск в рискмениджмънт индустрията. Нещо повече той е регламентиран вече и като регулаторен международен стандарт в банковата практика.

Делта нормалният VaR (Delta-Normal VaR) е известен още като параметричен или аналитичен VaR. Често пъти в специализираните публикации може да бъде срещнат и като „метода вариация - ковариация VC”. Той е представен за първи път на широката общественост от J.P. Morgan в началото на 90-те години на миналия век<sup>53</sup>. В своята изчислителна процедура този метод използва стандартното отклонение и вариационно - ковариационната матрица на портфейла като приема нормално разпределение на възвращаемостта на активите. VaR се изчислява на база пазарни цени за определен изминал период. Неговите предимства са сравнително опростената процедура на изчисление, използването на текущи пазарни цени и изяснените изследвани свойства на нормалното разпределение. Като основен недостатък се определят относително по ниската точност в сравнение с методите на историческата и Монте Карло симулации. Това произтича от допусканията в моделната рамка за нормално разпределение на възвращаемостта и линейна връзка на чувствителността на активите към пазарните изменения.

В зависимост от целите финалната стойност на делта нормалния VaR може да бъде изчислена в няколко разновидности: като абсолютен VaR, релативен VaR или бенчмарк VaR. Всяка една от тези разновидности може да се изрази в процент или в абсолютна стойност.

<sup>53</sup> J.P. Morgan, “Risk metrics – Technical document”, Fourth Edition, 1996

**Релативният VaR** е най-простия начин за математическо изразяване на пазарния риск. Той се асоциира с краткосрочния риск мениджмънт на портфейлния риск и се използва, когато историческите данни са на дневна база. Максималният инвестиционен хоризонт при този измерител до 10 - 14 дни. Релативният VaR приема, че очакваната възвращаемост на активите има нормално разпределение, със средна аритметична 0, т.е. това означава, че за приетия инвестиционен хоризонт доходността на портфейла ще е 0. Основанието за подобно математическо допускане е, че при активна ежедневна търговия, ребалансиране и преоценяване на позициите периодът е твърде кратък и се разчита на капиталова печалба, а не на доход от дивиденди, лихвени купони и др. Освен това известно е, че получаването на доход от дивидент, купон или др. се отразява на пазарната цена на финансовия актив.

От това следва, че изчисляването на релативният VaR се свежда до намиране на стандартното отклонение на портфейла, коригирано с  $z$  коефициента (съответстващ на определен доверителен интервал) от нормалното разпределение.

Формулата, която се използва за изчисляване на релативния VaR в процент, има следния вид:

$$\text{Релативен } VAR = -z * \sigma_p * \sqrt{t}, \text{ където:}$$

$z$  е статистическа характеристика, съответстваща на определен доверителен интервал на едностранно стандартно нормално разпределение<sup>54</sup>;

$\sigma_p$  – стандартното отклонение на портфейла;

$t$  – времеви хоризонт в дни.

Релативният VaR в дадена валута се изчислява по следния начин:

$$\text{Релативен } VAR = -z * \sigma_p * \sqrt{t} * W, \text{ където}$$

$W$  - представлява стойността на портфейла, изразен в дадена валута.

**Абсолютният VaR** наречен още EaR (Earnings at Risk) се прилага обикновено при инвестиционни хоризонти над 14 дни и когато динамичните редове на историческите данни са на седмична месечна, тримесечна или годишна база. При тези по-дълги времеви отрязъци възвращаемостта на портфейла вече оказва влияние (защото се получават доходи под формата на дивиденди, лихвени купони и

др.) и тя трябва да се инкорпорира в математическото уравнение на VaR. Докато при кратки срокове като един ден може да се приеме, че очакваната възвращаемост е 0, то при по-дълги периоди тя намалява величината на очакваните загуби от инвестицията и това трябва да бъде отчетено. Връзката между инвестиционния хоризонт, честотата на балансиране на портфейла, публикуването на нови данни и времеви интервал между тях е много силна и оказва влияние върху точността на рисковия модел.

Формулата, която се използва за изчисляване на абсолютния VaR в процент, има следния вид:

$$\text{Абсолютен } VAR = \mu_p * t - z * \sigma_p * \sqrt{t},$$

където  $\mu$  е средната аритметична.

Абсолютният VaR в дадена валута се изчислява по следния начин:

$$\text{Абсолютен } VAR = (\mu_p * t - z * \sigma_p * \sqrt{t}) * W$$

Ще бъдат използвани реални данни на компанията IBM Corporation за периода 03.01.–18.05. 2012 г., за да се демонстрира изчисляването на делта нормалния VaR чрез метода вариация – ковариация (VCV). Данните са на дневна база и обхващат 95 наблюдения за периода. В таблица 1 е изчислена дескриптивната статистика на възвращаемостта на акциите за визирия период.

**Таблица 1**  
**Дескриптивна статистика на възвращаемостта на акциите на IBM за периода 03.01. – 18.05.2012 г.**

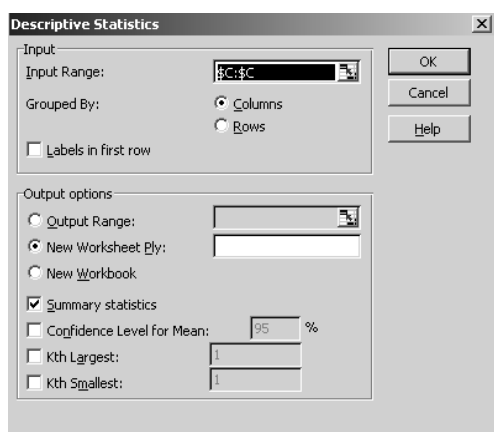
Mean	средна аритметична	0,0797%
Standard Error	стандартна грешка	0,1118%
Median	медиана	0
Mode	мода	0
Standard Deviation	стандартно отклонение	1,089%
Sample Variance	дисперсия	0,012%
Kurtosis	коефициент на ексцес	-0,19415 %
Skewness	коэф. на асиметрия	0,06342 %
Range	ранг	5,284%
Minimum	минимална стойност	-2,39%
Maximum	максимална стойност	2,89%
Sum	обща сума	7,567%
Count	брой наблюдения	95

<sup>54</sup> Стандартно (нормирано) нормално разпределение е нормално разпределение със средноаритметична 0 и стандартно отклонение 1.

Дескриптивната статистика най-лесно може да бъде изчислена чрез функцията Descriptive Statistic на приложението за анализ на данни Data analysis на Excel (Фигура 1). Пътят за активиране на функцията е Tools/ Data analysis/ Descriptive Statistic.

От изчислената дескриптивна статистика на възвращаемостта на акциите на IBM в таблица 2 се вижда, че средната доходоносност за периода е 0,0797% и се е движила в границите между -2,39% и 2,89 %.

**Фигура 1**



Други важни показатели, които са необходими, за да бъдат анализирани видът и формата на емпиричното разпределение, са коефициентите на ексцес и асиметрия. За конкретните данни техните стойности са съответно -0,19415 и 0,06342 и те показват леко отклонение от нормалното разпределение.

Отрицателна стойност на коефициента на ексцес означава, че кривата на емпиричното разпределение е под нормалната крива. Рисковият мениджър трябва да е особено внимателен при реализиране на високи стойности на ексцес, това означава вероятност от реализиране на по-високи екстремни стойности, отколкото прогнозира нормалното разпределение. В конкретния случай отрицателното отклонение на коефициента на ексцес не е високо.

Положителна стойност на коефициента на асиметрия от 0,06342 означава малка асиметрия в ляво т.е. разпределението е леко изтеглено в ляво и може да се приеме за умерено асиметрично.

За да се види визуално формата на разпределението, е необходимо да бъде построена хистограма на емпиричното разпределение. За целта е необходимо да бъдат дефинирани групите интервали. Решаваме, че искаме да разпределим

възвращаемостта на акциите в 10 групи и изчисляваме ширината на груповия интервал по следната формула:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

където: h е ширината на интервала;

$x_{\max}$  и  $x_{\min}$  – максималното и мин. значение на признака;

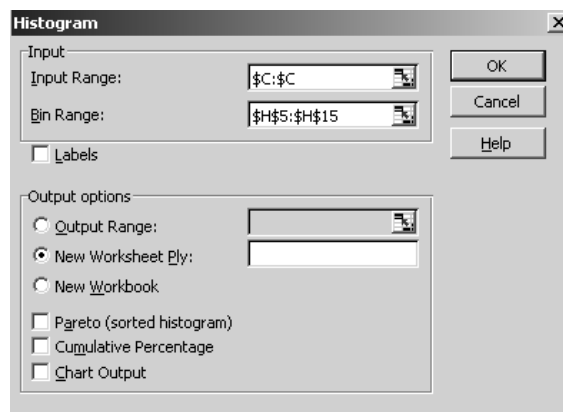
k – броят на групите.

От данните на дескриптивната статистика знаем, че възвращаемостта за периода се е движила в границите между -2,39% и 2,89 %. За удобство приемаме минимална долна граница -3 и максимална горна +3. Заместваме във формулата и получаваме ширината на интервала през, който ще се изменят групите:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{3 + 3}{10} = 0,6$$

Групите се образуват като към  $x_{\min}$  се прибавя ширината на интервала т.е. горната граница е  $x_{\min} + h$ . По този начин са изчислени груповите интервали в първата колона на таблица 3. Хистограмата на емпиричното разпределение на възвращаемостта може да бъде генерирана чрез функцията Histogram на Excel от пакета за анализ Data Analysis (Фигура 2).

**Фигура 2**



Компютърът е преброй и отнесъл към всеки групов интервал съответните възвращаемости и по този начин са намерени конкретните честоти. Информацията е представена в таблица 2.

Фигура 3 показва генерираната хистограма, която дава представа за вида и формата на разпределение на възвращаемостта на акциите на IBM. От хистограмата е видно, че се наблюдава емпирично разпределение близко до нормалното и последното може бъде

използвано в моделната рамка при изчисляване на VaR.

Таблица 2

групови интервали	честота	кумулятивна честота
от -3,00% до -2,40%	0	0,00%
от -2,40% до -1,80%	4	4,26%
от -1,80% до -1,20%	9	13,83%
от -1,20% до -0,60%	11	25,53%
от -0,60% до 0%	24	51,06%
от 0% до 0,60%	17	69,15%
от 0,60% до 1,20%	15	85,11%
от 1,20% до 1,80%	8	93,62%
от 1,80% до 2,40%	6	98,94%
от 2,40% до 3,00%	1	100,00%

Фигура 3



За по-голяма прецизност може да бъде използван тестът на Жарк-Бера<sup>55</sup>:

$$JB = \frac{N}{6} \left[ S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right], \text{ където:}$$

JB е емпиричната стойност на теста;

N – броят на наблюденията;

S – коефициентът на асиметрия;

K – коефициентът на ексцес.

Изчислената стойност JB се сравнява с теоретичните стойности на  $\chi^2$  разпределението.

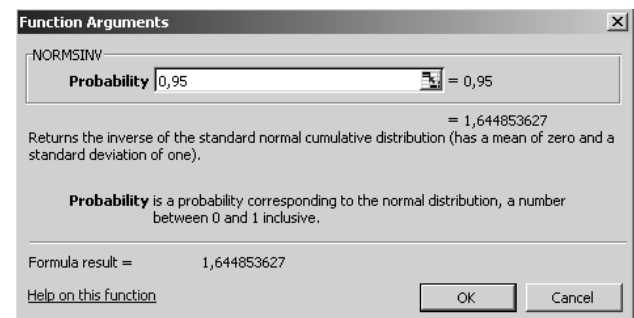
Разпределението на променливата се приема за нормално, ако емпиричната стойност на теста на Жарк-Бера е по-малка от теоретичната.

<sup>55</sup> Jarque C. M. and Bera A. K. Efficient Tests for Normality, Homoskedasticity and Serial Dependence of Regression Residuals, *economics Letters*, 6, 1980, 255-259 p.

Разпределението е асимптотично нормалното и означава, че визирания по-горе формулен апарат може да бъде използван при изчисляване на VaR. От таблица 1 на дескриптивната статистика имаме изчислена стойността на стандартното отклонение, която е 1,089%.

Стойностите на z характеристиката могат да бъдат изчислени чрез функцията NORMSINV на Excel. Например при 95 % доверителен интервал зще е равна на 1,64485 (Фигура 4).

Фигура 4



Ще бъде изчислим релативния VaR за инвестиция от 50 000 лв. при вероятност 85 %, 90%, 95% и 99% за период от 5 дни.

$$\text{Релативен } VAR_{95\%} = -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -2,3263 * 0,01089 * \sqrt{5} = -5,67\%$$

$$\text{Релативен } VAR_{90\%} = -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -1,6449 * 0,01089 * \sqrt{5} = -4,01\%$$

$$\text{Релативен } VAR_{95\%} = -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -1,2816 * 0,01089 * \sqrt{5} = -3,12\%$$

$$\text{Релативен } VAR_{85\%} = -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -1,0364 * 0,01089 * \sqrt{5} = -2,52\%$$

В таблица 3 са обобщени данните от изчисленията на VaR.

Таблица 3

вероятност	Z Value	VaR в %	VaR в лв.
99 %	-2,3263	-5,67%	-2 833,40 лв
95 %	-1,6449	-4,01%	-2 003,37 лв
90%	-1,2816	-3,12%	-1 560,88 лв
85%	-1,0364	-2,52%	-1 262,34 лв

Както се вижда от таблицата, с увеличаване доверителния интервал стойността на VaR нараства т.е. сумите, които банките трябва да заделят под формата резерви срещу очаквани загуби по пазарния риск се увеличават с увеличаване на вероятността.

#### Пример на делта нормален VaR с три рискови актива

Отново, за да бъдем възможно най-близко до практиката в инвестиционния портфейл, ще бъдат използвани реални данни за борсовите цени на три известни американски публични компании IBM, Google и McDonald's, котиращи

на Нюйоркската фондова борса (NYSE) за същия период 03.01. – 18.05. 2012 г. Данните са на дневна база и обхващат 95 наблюдения за периода. Основните характеристики на инвестиционния портфейл на банката са дадени в таблица 4.

**Таблица 4**  
**Структура на инвестиционния портфейл**

N	акти ви порт фейл а	цена за акци я	бр.акц ии	пазарна стойност	тегло
1	IBM	26,07	5000	130350	0,14317096
2	GOO G	600,4	1000	600400	0,65945412
3	MCD	89,85	2000	179700	0,19737492
				910450	1

Възвращаемостите за отделните периоди са изчислени като непрекъснати. Средната възвращаемост за отделните акции може да бъде направено освен с използваната функция Descriptive Statistic в предходния пример, така и с функцията AVERAGE на Excel. Използвайки AVERAGE са изчислени средните възвращаемости на акциите на IBM, Google и McDonald's (таблица 5).

**Таблица 5**  
**Средна възвращаемост на акциите на IBM, Google и McDonald's за периода 03.01. – 18.05.2012 г.**

	IBM	GOOG	MCD
ср.възвращаемост	0,08%	-0,11%	-0,09%

От тук можем да изчислим възвращаемостта на целия портфейл като теглата вземаме от таблица 5, а съответните рентабилности на активите от таблица 6.

$$R_p = \bar{r}_1 * w_1 + \bar{r}_2 * w_2 + \bar{r}_3 * w_3 =$$

$$= 0,0008 * 0,1432 - 0,0011 * 0,6594 - 0,0009 * 0,1974 =$$

$$= -0,0000783 \text{ или } -0,0783\%$$

Както се вижда възвращаемостта на инвестиционен портфейл от визираните акции за периода 03.01. – 18.05.2012 г. е отрицателна, но близо до 0.

Ще спестим изследването на емпиричното разпределение и приемане на теоретична форма за всяка акция, които бяха подробно обяснени в предходния пример. Заключение

от направения анализ на емпиричните данни дава основание да се приеме нормално теоретично разпределение.

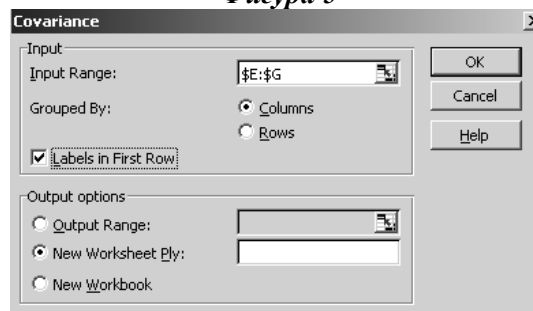
Изчисляването на стандартното отклонение на отделните акции за периода става най-удобно чрез използване функцията STDEVP на Excel. Съответно за отделните ковариации или корелации могат да използват функциите COVAR или CORREL. Алтернатива на тези две формули, особено когато в портфейла са включени голям брой активи, са функциите за построяване на ковариационната или корелационната матрици от приложението Data Analysis на Excel. В таблица 6 са дадени изчислените стойности на стандартните отклонения, вариациите и ковариации между трите актива.

**Таблица 6**

	Excel формула	IBM	GOO G	MC D
станд. отклонение	STDEVP	1,08%	1,56 %	0,86 %
вариация	VAR	0,0001 827	0,000 247	0,000 074
ковариация(IBM; GOOG)	COVAR	0,0000 0257		
ковариация(GO OG; MCD)	COVAR	0,0000 1223		
ковариация(IBM; MCD)	COVAR	0,0000 2948		

Ковариационната матрица се построява чрез функцията Cvariance (Фигура 5).

**Фигура 5**



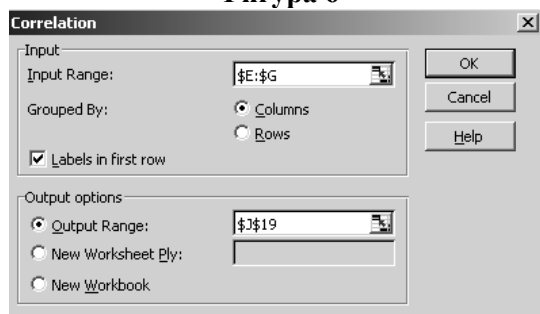
Изчислената ковариационна матрица е дадена в таблица 7. Искаме да подчертаем, че при изчисляването на портфейлното стандартно отклонение се използва или ковариационната или корелационната матрица. В нашия пример ще използваме данните за изчислените ковариации.

**Таблица 7**  
**Ковариационна матрица на възвращаемостта на IBM, GOOGLE и McDonald's**

	rIBM	rGOOG	rMCD
rIBM	0,0001174253		
rGOOG	0,0000025727	0,0002443895	
rMCD	0,0000294812	0,0000122338	0,0000732636

Корелационна матрица се построява чрез функцията Correlation от Data Analysis на Excel (Фигура 6).

**Фигура 6**



Изчислената корелационна матрица е дадена в таблица 8.

**Таблица 8**  
**Корелационна матрица на възвращаемостта на IBM, GOOGLE и McDonald's**

	rIBM	rGOOG	rMCD
rIBM	1		
rGOOG	0,015186926	1	
rMCD	0,31784818	0,091427048	1

Вече можем да изчислим основния параметър на пазарния риск – портфейлното пазарно отклонение, което показва волатилността (променливостта) на портфейла. Стандартното отклонение при портфейл, състоящ се от три актива при използване на ковариацията се определя по следната формула:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2 + 2(w_1 * w_2 * \text{cov}_{1,2} + w_2 * w_3 * \text{cov}_{2,3} + w_1 * w_3 * \text{cov}_{1,3})}$$

където  $w$  представляват съответните тегла на активите в портфейла, а  $\text{cov}$  са съответстващите ковариации.

Частта от уравнението

$$2(w_1 * w_2 * \text{cov}_{1,2} + w_2 * w_3 * \text{cov}_{2,3} + w_1 * w_3 * \text{cov}_{1,3})$$

се нарича диверсифицирана част на портфейла, а  $w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2$  недиверсифицирана.

Данните за теглата на отделните активи се вземат от таблица 4, съответните стандартни отклонения от таблица 6 и ковариации от таблица 6 или 7.

От таблица 4 става ясно, че теглата на активите в портфейла се променят при всяка промяна в цената на някой от кошниците. В конкретния случай в третата колона на таблицата 4 са взети последните цените на акциите т.е. от дата 18.05.2012 г. Стандартното отклонение на инвестиционния портфейл е изчислено по следния начин:

$$\sigma_p = \sqrt{0,14317^2 * 0,01084^2 + 0,65945^2 * 0,01563^2 + 0,19737^2 * 0,00856^2 + 2 \left( \begin{array}{l} 0,14317 * 0,65945 * 0,0000025727 + \\ + 0,65945 * 0,19737 * 0,0000122338 + \\ + 0,14317 * 0,19737 * 0,0000294812 \end{array} \right)}$$

$$\sigma_p = 0,010811004 \text{ или } 1,0811\%$$

От формулата за делта нормалния VaR стана ясно, че за да бъде изчислена неговата стойност е необходимо предварително да бъдат определени,  $z$  статистиката, портфейлното стандартното отклонение и времевия хоризонт. А ако изчисляваме абсолютния VaR, трябва да бъде изчислена и възвращаемостта на портфейла. Релативният VaR в относителна величина за период от 10 дни е изчислен по следния начин:

$$\begin{aligned} \text{Релативен } VAR_{\%} &= -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -2,3263 * 0,010811 * \sqrt{10} = -7,95\% \\ \text{Релативен } VAR_{\%} &= -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -1,6449 * 0,010811 * \sqrt{10} = -5,62\% \\ \text{Релативен } VAR_{\%} &= -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -1,2816 * 0,010811 * \sqrt{10} = -4,38\% \\ \text{Релативен } VAR_{\%} &= -z * \sigma_p * \sqrt{t} = -1,0364 * 0,010811 * \sqrt{10} = -3,54\% \end{aligned}$$

Релативният VaR в долари за период от 10 дни е изчислен по следния начин:

$$\text{Релативен } VAR_{\$} = -z * \sigma_p * \sqrt{t} * W$$

$$\begin{aligned} \text{Релативен } VAR_{\$} &= -2,3263 * 0,010811 * \sqrt{10} * 910450 = -72409,71 \\ \text{Релативен } VAR_{\$} &= -1,6449 * 0,010811 * \sqrt{10} * 910450 = -51197,57 \\ \text{Релативен } VAR_{\$} &= -1,2816 * 0,010811 * \sqrt{10} * 910450 = -39889,46 \\ \text{Релативен } VAR_{\$} &= -1,0364 * 0,010811 * \sqrt{10} * 910450 = -32259,94 \end{aligned}$$

Абсолютният VaR в процент за период от 10 дни е изчислен по следния начин:

$$\text{Абсолютен } VAR_{\%} = \mu_p * t - z * \sigma_p * \sqrt{t}$$

$$\text{Абсолютен } VAR_{\%} = -0,000783 * 10 - 2,3263 * 0,010811 * \sqrt{10} = -8,736\%$$

$$\text{Абсолютен } VAR_{\%} = -0,000783 * 10 - 1,6449 * 0,010811 * \sqrt{10} = -6,407\%$$

$$\text{Абсолютен } VAR_{\%} = -0,000783 * 10 - 1,2816 * 0,010811 * \sqrt{10} = -5,164\%$$

$$\text{Абсолютен } VAR_{\%} = -0,000783 * 10 - 1,0364 * 0,010811 * \sqrt{10} = -4,326\%$$

Абсолютният VaR в долари за период от 10 дни е изчислен по следния начин:

$$\text{Абсолютен } VAR_s = (\mu_p * t - z * \sigma_p * \sqrt{t}) * W$$

$$\text{Абсолютен } VAR_s = (-0,000783 * 10 - 2,3263 * 0,010811 * \sqrt{10}) * 910450 = -79540,12\$$$

$$\text{Абсолютен } VAR_s = (-0,000783 * 10 - 1,6449 * 0,010811 * \sqrt{10}) * 910450 = -58327,99\$$$

$$\text{Абсолютен } VAR_s = (-0,000783 * 10 - 1,2816 * 0,010811 * \sqrt{10}) * 910450 = -47019,88\$$$

$$\text{Абсолютен } VAR_s = (-0,000783 * 10 - 1,0364 * 0,010811 * \sqrt{10}) * 910450 = -39390,35\$$$

Таблица 9 обобщава финалните данни от изчисляването на VaR .

**Таблица 9**

довер. интервал	Z	релативен VaR		абсолютен VaR	
		%	\$	%	\$
99 %	-2,326347874	-7,95%	-72409,71	-8,736%	-79540,12
95 %	-1,644853627	-5,62%	-51197,57	-6,407%	-58327,99
90 %	-1,281551566	-4,38%	-39889,46	-5,164%	-47019,88
85 %	-1,036433389	-3,54%	-32259,94	-4,326%	-39390,35

### Литература

1. Dowd Kevin, "Introduction to market risk measurement", John Wiley & Sons Ltd, England 2002
2. J.P. Morgan, "Risk metrics – Technical document", Fourth Edition, 1996
3. Hochadel Manpreet и Douglas Campbell, „Benchmarking Through Ex-Ante Tracking Error”, JPMorgan Chase & Co. 2012.
4. Mehta Amit, M. Neukirchen, S. Pfetsch and Thomas Poppensieker, "Managing market risk: Today and tomorrow", McKinsey Working Papers on Risk, Number 32, May 2012